

۹۲, ۹, ۲۸

بنام خدا

«ریاضیات مهندسی»

جمع بندی فرمول تعداد جوابی A معادله m مجهول ۱۳۴
چشمه

اگر سطری برابر صفر نداشته باشیم
(اگر داشتیم کلاً حذف می کنیم)

$$\left[\begin{array}{c|c} A_{n \times m} & b_{m \times 1} \end{array} \right]$$

rank P
بماند

$$\text{rank} \left[\begin{array}{c|c} A_{n \times m} & b_{m \times 1} \end{array} \right] = \text{rank} [A_{n \times m}] \iff \left. \begin{array}{l} \text{یک جواب} \\ \text{بی شمار جواب} \end{array} \right\}$$

$$\text{rank} \left[\begin{array}{c|c} \underbrace{A_{n \times n}}_{\text{مربعی}} & b_{n \times 1} \end{array} \right] = \text{rank} [A_{n \times n}] \quad \text{یک جواب}$$

بی شمار جواب : در غیر حالت بال

۱۳۵) وقتی در مثلث سازی به سطرهای برابر صفر برسیم یعنی چه؟

وقتی این حالت پیش می آید که مثلاً دو معادله کاملاً یکسان داشته باشیم

در این صورت یکی از این معادلات حذف می شود. مانند زیر:

$$\begin{cases} x + 2y + z = 2 \\ 2x + 4y + 2z = 4 \\ x + y - z = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 2 \\ 2 & 4 & 2 & | & 4 \\ 1 & 1 & -1 & | & 5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & | & 2 \\ 0 & 0 & 0 & | & 0 \\ 1 & 1 & -1 & | & 5 \end{bmatrix} \times$$

دستگاه معادلات زیر ضمیمه جواب دارد. ۱۳۴

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 2y = 7 \\ 2x + 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} \text{R}_1 \rightarrow \\ \text{R}_2 \rightarrow \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -2 & 7 \\ 2 & 2 & 1 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} \textcircled{1} & 2 & 5 \\ 0 & \textcircled{-4} & 2 \\ 0 & -4 & -1 \end{array} \right]$$

$$\text{R}_2 \rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -4 & 2 \\ 0 & -4 & -1 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} \textcircled{1} & 2 & 5 \\ 0 & \textcircled{-4} & 2 \\ 0 & 0 & \textcircled{-12, 4} \end{array} \right]$$

جواب ندارد.

۱۳۷) دستگاه زیر چند جواب دارد:

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - 3y = 7 \\ 4x - 2y = 24 \end{cases} X$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & -3 & 7 \\ 4 & -2 & 24 \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -5 & 2 \\ 0 & -10 & 14 \end{array} \right] \Rightarrow$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

معادله بی‌بورد
معنی ندارد

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 1 & -3 & 1 & 7 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & -5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

± جواب دارد

۱۳۸ اگر $b=0$ یعنی همه اعداد معلوم صفر باشند، نام معادله چه می شود؟

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & -a_{1n} & | & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & | & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & | & 0 \end{bmatrix}$$

معادله ممکن

۱۳۹ معادله ممکن چند جواب دارد؟

همیشه یک جواب $x = y = z = \dots = 0$

دارد پس حتماً ± جواب را دارد حال باید تعیین شود ± جواب

دارد یا بن شار

البته این موضوع از روی فرمول

$$\text{rank}[A; b] = \text{rank}[A]$$

هم معلوم است چون ستون ۰ نمی تواند در rank وارد شود.

ماتریس را بالا می کشیم و سطرهای صفر را حذف می کنیم. اگر مربعی مانند ۱۰۰۰۰ دارد.